

トランプ版 MOO の考案

Invention of a Trump Version of MOO Game

伊野 翔次・関内 悠輝*

福島工業高等専門学校 一般教科

*福島工業高等専門学校 電気電子システム工学科

INO Shoji and SEKIUCHI Yuki*

National Institute of Technology, Fukushima College, Department of General Education

* National Institute of Technology, Fukushima College, Department of Electrical and Electronic System Engineering

(2022年9月5日受理)

We introduce a Trump version of MOO game. MOO is a popular number-guessing game called Hit & Blow. The rules of MOO are simple and easy to understand; hence, MOO is a bit monotonous. Therefore, we devised a Trump version of MOO, which adds a strategic element to MOO. In the Trump version of MOO, the game is to find one out of 13,728 ways, but we have shown that it can be determined in as many as 7 turns.

Key words: trump version of MOO, Hit & Blow, Cow & Bull, Eat & Bite

1. はじめに

MOO とは、Hit & Blow、Cow & Bull、Eat & Bite やヌメロンという名で親しまれる数当てゲームである。3 から 5 桁の数字を用いて行うことが多いが、以下では 3 桁の数字を用いた Hit & Blow としてルールを説明する。

手順 1. 対戦者 2 名それぞれが、対戦相手に見えない状態で 3 桁の数字（以下 MOO 数という）を固定する。ここで、3 桁の数字には数の重複はなく、0 が最初の桁に来ても良いとする。

手順 2. プレイヤーは交互に、対戦相手が固定した MOO 数を当てるため 3 桁の数字を質問する。ただし、質問する 3 桁の数字は数の重複はなく、0 が最初の桁に来ても良いとする。質問されたプレイヤーは自分の固定した MOO 数と質問を比較して、「場所と数字が一致する数字」がいくつあるかを Hit、「場所は異なるが数字が一致している数字」がいくつあるかを Blow としてそれぞれ返答する。数字がすべて異なる場合は「なし」または「0」と返答する。

手順 3. 相手の固定した数字と場所をすべて当てる（3Hit）までの質問の回数が少ないプレイヤーの勝ちとなる。質問の回数と同じ場合は引き分けとなる。

質問者を固定し、交互に質問を行わない場合の進行例を **Table 1** に示す。

Table 1 Example of game progression

MOO 数 : 907		
回数	質問	返答
1	563	0
2	294	1Blow
3	701	1Hit, 1Blow
4	407	2Hit
5	907	3Hit

MOO における質問回数や質問戦略についてはプログラミングを用いて研究されており^{1)~3)}、特に 4 桁の MOO は最強質問戦略によって平均 5.213 回で正解が得られると分かっている²⁾。

MOO はルールが分かりやすいながらも、推理的な要素がある対人ゲームであるため、小学生から気軽に楽しめる。しかし、ゲーム自体は単調なため、年齢が上がるにつれて、繰り返し遊ぶことは難しいとも考えられる。そこで、フジテレビで放送されたヌメロン⁴⁾というテレビ番組では、MOO を基本として、番組独自のルールを追加し、大人が楽しめるよう工夫している。しかし、独自ルールが多用されすぎると、対戦相手とルールを正しく共有することが難しいというデメリットもある。

また、MOO と似たゲームとしてマスターマインドが挙げられる。マスターマインドは 1973 年にイギリスのインビクタ社から発売されたボードゲームであり、数字の代わりに 6 色のピン 4 本を用いており、色の重複を許して使用可能であるという特徴がある。

2. トランプ版 MOO

一般的な MOO はルールが単純で親しみやすいのに引き換え、繰り返し遊ぶにはやや単調すぎる。そこで、本研究ではトランプを用いて、より戦略を楽しめるトランプ版 MOO を考案した。そのルールを紹介する。以下、トランプの A、J、Q、K にはそれぞれ 1、11、12、13 の数字を対応させ、スペードとクラブのマークを黒、ダイヤとハートのマークを赤とする。

手順 1. Joker を 2 枚含めたトランプ 54 枚を 1 組用意し、数字とマークの色が均一になるようにプレイヤー 2 名に分配する。つまり、各プレイヤーは黒と赤のマークの 1 から 13 までカードを 1 枚ずつと Joker の計 27 枚を持つ。

手順 2. プレイヤー 2 名それぞれが分配されたカードから 3 枚を選び、横 1 列に並べる (以下 MOO カードという)。ただし、数字の重複はなく、Joker を含めないとする。

手順 3. 各プレイヤーが相手の MOO カードを当てるため、自分の MOO カードを除いた残りのカードから 3 枚を選び横 1 列に並べ、2 名のプレイヤーが同時に提示する。ただし、同じ数字のカードを 2 枚用いることはできない。相手に質問 (提示) されたカードと自分の MOO カードを比較し、下記の数を返答する。

- ・数字と位置と色がすべて当たっている場合は Hit
- ・数字と位置のみが当たっている場合は NP Blow
- ・数字と色のみが当たっている場合は NC Blow
- ・数字のみが当たっている場合は N Blow

上の N は number、P は position、C は color の略である。数字が 1 つも当たっていない場合は、「なし」または「0」と返答する。ここで、Joker を質問するカードに含めることができるが、Joker はどの数字とも一致しないとする。

手順 4. 質問を繰り返す中で、相手の MOO カードが分かった場合は、相手にその旨を告げ、口頭で数字と色を順

に解答する。伝えられたプレイヤーは正誤を答え、正解するまでの質問の回数が少ないプレイヤーの勝ちとする。このとき、解答が間違っていた場合は、そのプレイヤーの負けとする。

両プレイヤーが全く同じ数字と色を MOO カードとしている場合は 3Hit になることはないが、3NP Blow のカードを質問することは可能であり、この場合には相手の MOO カードが判明する。

ここで、片方のプレイヤー視点の進行例を Table 2 に示す。ただし、黒カードを①~⑬、赤カードを(1)~(13)、Joker を×で表し、「NP Blow、NC Blow、N Blow」の Blow を省略する。

Table 2 Example of game progression

MOO カード : ③(8)⑩		
回数	質問	返答
1	⑩①⑫	1NC
2	①⑩×	1N
3	(1)②(3)	1N
4	⑦⑧(9)	1NP
5	②③⑩	1Hit, 1NC

Table 2 の進行例について、2 回目の質問の返答が得られた段階で、相手の MOO カードの右端が⑩であると分かる。3 回目と 5 回目の質問の返答と合わせると、相手の MOO カードの左端が③であると分かる。これらと 4 回目の質問の返答で、真ん中が(8)と分かる。つまり、相手の MOO カードが③(8)⑩であると特定できる。

3 桁の MOO 数は全部で 720 (10×9×8) 通りなのに対し、MOO カードは全部で 13,728 (26×24×22) 通りある。しかし、相手の MOO カードを確定させるためには、そこまで多くの質問を要しない。実際に本研究では多くとも 7 回の質問で十分であることを証明する。さらに、相手が質問に使用したカードは相手の MOO カードに含まれないことが分かるため、質問に用いるカードも慎重に選ぶ必要があり、数字のみの MOO よりも戦略的な駆け引きが可能になる。

3. 質問回数

質問に対する返答は「2NP、1N」や「2NP、1NC」などの起こりえない返答を除くと 29 通りある。ここで、返答の「Hit、NP、NC、N」の数の総和を、返答の情報量と呼ぶ。情報量が 1 以上の返答について、返答の種類とそ

の情報を **Table 3** にまとめる。

Table 3 Information value in reply

情報量 3	情報量 2	情報量 1
3Hit	2Hit	1Hit
2Hit、1NP	1Hit、1NP	1NP
1Hit、2NP	1Hit、1NC	1NC
1Hit、2NC	1Hit、1N	1N
1Hit、1NC、1N	2NP	
1Hit、2N	1NP、1NC	
3NP	1NP、1N	
1NP、2NC	2NC	
1NP、1NC、1N	1NC、1N	
1NP、2N	2N	
3NC		
2NC、1N		
1NC、2N		
3N		

次に、細かな状況に分け、相手の MOO カードを確定させるための質問回数を確認していく。以下では、相手に質問を行う際に、自分の MOO カードと同一の数字の組み合わせは用いないとする。例えば、自分の MOO カードが②(7)④であったとき、「(2)、(7)、(4)」は使用可能であるが、すべてを同時に使うことはなく、少なくとも1つは変更して質問することとする。そうすることで、質問したカードのうち、少なくとも1つの数字は色を変更して次の質問に用いることができる。この前提は、後述の証明が必要となる。なお、証明中で相手に質問する際に提示するカードはあくまでも一例であり、最適なカードとは限らない。また、証明中では1から6のカードを多く用いているが、他の数字に置き換えが可能である。

【命題 1】

1 回の質問をしたとき、情報量が 1 の返答があったとする。このとき次の質問で、相手の MOO カードで使用されている 1 つの数字と色を確定させることができる。

<証明>

1 回目に(1)(2)(3)と質問して情報量が 1 の返答があったと仮定する。このとき、「1、2、3」は自分の MOO カードと数字の組み合わせが異なるため、「①、②、③」うち少なくとも1つは使用可能である。ここで、①が使用可能であれば、2 回目に(2)①×と質問できる。1 回目の返

答が「1N」であったとすると、2 回目に(2)①×と質問したときの返答と相手の MOO カードの対応は **Table 4** のようになる。

Table 4 Correspondence between MOO cards and responses to the second question in proof of proposition 1

相手の MOO カードの候補	(2)①×と質問したときの相手の返答
? ① ?	1Hit
? ? ①	1NC
② ? ?	1NP
? ? ②	1N
③ ? ?	0
? ③ ?	0

Table 4 の「?」には 1 から 3 以外の数字が当てはまる。**Table 4** より、(2)①×の質問に対する返答が「1Hit」もしくは「1NC」であれば、相手の MOO カードに①が使用されていると分かる。同様に、②や③が使用されている場合も返答によって判別できる。

1 回目の返答が「1NC」、「1NP」、「1Hit」であった場合も 2 回目に(2)①×と質問すれば、同様に確認できる。(証明終)

【補題 2】

異なる 6 つの数字を用いて 2 回の質問をしたとき、2 回とも「1N」という返答が得られたとする。このとき、あと 2 回の質問で、相手の MOO カードのうち、2 つの場所の数字と色が確定できる。

<証明>

1 回目に(1)(2)(3)、2 回目に(4)(5)(6)と質問し、どちらも「1N」という返答があったとする。このとき、1 回目と 2 回目に質問で用いたカードのうち、それぞれに色変更が可能なのが少なくとも1つずつある。ここで、①と⑤が使用可能であれば、3 回目に⑤(4)(2)と質問すると、**Table 5** のように相手の返答と MOO カードの対応が分かる。**Table 5** の「?」には 1 から 6 以外の数が当てはまる。3 回目の質問に対する返答の情報量が 2 であった場合は、その時点で相手の MOO カードの 2 つの場所の数字と色が確定できるため、4 回目の質問は必要ない。3 回目の質問に対する返答の情報量が 0 か 1 であった場合は、その返答に合わせて、4 回目に質問するカードを **Table 6**

のように選択すればよい。

Table 5 Correspondence between MOO cards and responses to the third question in proof of lemma 2

相手の MOO カードの候補	⑤(4)(2)と質問したときの相手の返答
? ① ④	1N
⑤ ① ?	1Hit
? ① ⑤	1NC
⑥ ① ?	0
? ④ ①	1NP
⑤ ? ①	1Hit
⑥ ? ①	0
? ⑥ ①	0
② ④ ?	1NP、1N
② ? ④	2N
② ? ⑤	1NC、1N
② ⑥ ?	1N
? ④ ②	2NP
⑤ ? ②	1Hit、1NP
⑥ ? ②	1NP
? ⑥ ②	1NP
③ ④ ?	1NP
③ ? ④	1N
③ ? ⑤	1NC
③ ⑥ ?	0
? ③ ④	1N
⑤ ③ ?	1Hit
? ③ ⑤	1NC
⑥ ③ ?	0

Table 6 Correspondence between response to the third question and the fourth question in proof of lemma 2

3回目の質問に対する返答	4回目に質問するカード
0	(3) (6) ①
1N	(3) ① (4)
1NC	(3) × (5)
1NP	(6) (1) (2)
1Hit	(5) × (1)

また、①と④が使用可能であるときは、3回目に⑤④(2)と質問し、得られた返答に対して **Table 6** と同様に 4回目に質問するカードを選ばばよい。それ以外の数字の

色違いが使用可能であるときも、それに応じて数字と場所を入れ替えればよい。(証明終)

【補題 3】

異なる 6 つの数字を用いて 2 回の質問をしたとき、「1N」と「1NC」という返答が得られたとする。このとき、あと 2 回の質問で、相手の MOO カードのうち、2 つの場所の数字と色が確定できる。

Table 7 Correspondence between MOO cards and responses to the third question in proof of lemma 3

相手の MOO カードの候補	⑤(4)(2)と質問したときの相手の返答
? (1) ④	1N
⑤ (1) ?	1Hit
? (1) ⑤	1NC
⑥ (1) ?	0
? ④ (1)	1NP
⑤ ? (1)	1Hit
⑥ ? (1)	0
? ⑥ (1)	0
(2) ④ ?	1NP、1NC
(2) ? ④	1NC、1N
(2) ? ⑤	2NC
(2) ⑥ ?	1NC
? ④ (2)	1Hit、1NP
⑤ ? (2)	2Hit
⑥ ? (2)	1Hit
? ⑥ (2)	1Hit
(3) ④ ?	1NP
(3) ? ④	1N
(3) ? ⑤	1NC
(3) ⑥ ?	0
? (3) ④	1N
⑤ (3) ?	1Hit
? (3) ⑤	1NC
⑥ (3) ?	0

<証明>

1 回目に(1)(2)(3)、2 回目に(4)(5)(6)を質問し、それぞれ「1NC」、「1N」という返答があったとする。このとき、①と⑤が使用可能であれば、3 回目に⑤(4)(2)と質問する。そのときの、相手の返答と MOO カードの対応は **Table 7** の通りである。**Table 7** の「?」には 1 から 6 以外の数

字が当てはまる。3 回目の質問に対する相手の返答の情報量が 2 であれば、4 回目の質問は必要ないが、情報量が 0 か 1 の場合は、4 回目の質問が必要である。4 回目に質問するカードを、3 回目の質問の返答によって変えることで相手の MOO カードを確定できる。そのときの対応は、**Table 8** の通りである。

Table 8 Correspondence between responses to the third question and the fourth question in proof of lemma 3

3 回目の質問に対する返答	4 回目に質問するカード		
0	(3)	(6)	①
1N	(3)	①	(4)
1NC	(3)	×	(5)
1NP	(6)	(1)	(2)
1Hit	⑤	(6)	(1)

1 回目に「1N」、2 回目に「1NC」の返答があった場合も同様に確認できる。また、①と⑤以外のカードしか使用できない場合でも、適宜数字と場所を変更することによって、相手の MOO カードの 2 つの場所の数字と色を確定できる。(証明終)

【命題 4】

異なる 6 つの数字を用いて、2 回の質問をしたとき、2 回とも情報量が 1 の返答が得られたとする。このとき、あと 2 回の質問で、相手の MOO カードのうち、2 つの場所の数字と色が確定できる。

<証明>

1 回目に(1)(2)(3)、2 回目に(4)(5)(6)を質問したとする。どちらも「1N」という返答であれば、補題 2 を適用すればよい。

また、どちらも「1NC」という返答であれば、相手の MOO カードの候補は、**Table 5** の数字の色をすべて変えたものになるので、補題 2 と同様に証明できる。

1 回目と 2 回目の返答が、「1NC」と「1N」の組み合わせであった場合は、補題 3 から分かる。

また、1 回目と 2 回目の質問に「1Hit」や「1NP」の返答があった場合は、相手の MOO カードの候補の数が減るため、補題 2 や補題 3 よりも簡単に確定できる。(証明終)

【補題 5】

1 回の質問をしたとき、「2N」という返答があったとする。このとき、多くともあと 2 回の質問で、相手の MOO カードのうち、2 つの場所の数字と色が確定できる。

<証明>

1 回目に(1)(2)(3)と質問して「2N」という返答があったと仮定する。このとき、①、②、③うち少なくとも 1 つは使用可能である。ここで、①が使用可能であれば、2 回目に(2)①×と質問すれば、**Table 9** のように相手の返答と MOO カードの対応が分かる。

Table 9 Correspondence between MOO cards and responses to the second question in proof of lemma 5

相手の MOO カードの候補			(2)①×と質問したときの相手の返答
②	①	?	1Hit, 1NP
?	①	②	1Hit, 1N
③	①	?	1Hit
②	?	①	1NP, 1NC
③	?	①	1NC
?	③	①	1NC
②	③	?	1NP
③	?	②	1N
?	③	②	1N

Table 9 の「?」には 1 から 3 以外の数字が当てはまる。相手の返答が「1NC」または「1N」以外であれば、3 回目の質問は必要ない。「1NC」または「1N」の返答があった場合には、3 回目に(3)×①と質問すれば、相手の返答によって、2 つの場所の数字と色が分かる。また、①が使用できないときも、②か③が使用可能であるので、同様に確認できる。(証明終)

【補題 6】

1 回の質問をしたとき、「1NC、1N」という返答があったとする。このとき、多くともあと 2 回の質問で、相手の MOO カードのうち、2 つの場所の数字と色が確定できる。

<証明>

1 回目に(1)(2)(3)と質問して「1NC、1N」という返答があったと仮定する。ここで、①が使用可能であれば、2 回目に(2)①×と質問すれば、**Table 10** のように相手の返

答と MOO カードの対応が分かる。**Table 10** の「？」には 1 から 3 以外の数字が当てはまる。相手の返答が「2Hit」または「2NP」であれば、その時点で相手の 2 つの場所の数字と色が分かる。「2Hit」または「2NP」以外の返答があった場合には、3 回目に(3)×①と質問すれば、相手の返答によって、2 つの場所の数字と色が分かる。①が使用できないときも、②か③が使用可能であるので、同様に確認できる。(証明終)

Table 10 Correspondence between MOO cards and responses to the second question in proof of lemma 6

相手の MOO カードの候補	(2)①×と質問したときの相手の返答
(2) ① ?	2Hit
? ① (2)	1Hit, 1NC
(3) ① ?	1Hit
(2) ? ①	1Hit, 1NC
(3) ? ①	1NC
? (3) ①	1NC
② (1) ?	2NP
? (1) ②	1NP, 1N
③ (1) ?	1NP
② ? (1)	1NP, 1N
③ ? (1)	1N
? ③ (1)	1N
② (3) ?	1NP
(3) ? ②	1N
? (3) ②	1N
(2) ③ ?	1Hit
③ ? (2)	1NC
? ③ (2)	1NC

【命題 7】

1 回の質問をしたとき、情報量が 2 の返答があったとする。このとき、多くともあと 2 回の質問で、相手の MOO カードのうち、2 つの場所の数字と色が判別できる。

<証明>

1 回目に(1)(2)(3)と質問し、①が使用可能であるとする。質問の返答が「2N」か「1NC, 1N」であれば、補題 5 と補題 6 から分かる。また、「2NC」の返答であったときは、相手の MOO カードは **Table 9** と色がすべて異なるだけなので、同様に質問をすれば良いと分かる。それ以外の返答があった場合は、**Table 11** のように 2 回目の質問をす

れば、返答に応じて、相手の MOO カードのうち、2 つの場所の数字と色が分かる。①が使用できないときも、②か③が使用可能であるので、同様に確認できる。(証明終)

Table 11 Correspondence between responses to the first question and the second question in proof of proposition 7

1 回目の質問に対する返答	2 回目に質問するカード
2Hit	① (2) ×
1Hit, 1NP	① × (2)
1Hit, 1NC	① (2) ×
1Hit, 1N	① (2) ×
2NP	① (2) ×
1NP, 1NC	① (2) ×
1NP, 1N	① (2) ×

【命題 8】

1 回の質問をしたとき、情報量が 3 の返答があったとする。このとき、次の質問で、相手の MOO カードのすべての場所の数字と色が分かる。

Table 12 Correspondence between responses to the first question and the second question in proof of proposition 8

1 回目の質問に対する返答	2 回目に質問するカード
2Hit, 1NP	① (2) ×
1Hit, 2NP	① (2) ×
1Hit, 2NC	① (2) ×
1Hit, 1NC, 1N	① (2) ×
1Hit, 2N	(3) (2) ①
1NP, 2NC	× ① (2)
1NP, 1NC, 1N	① (2) ×
1NP, 2N	× ① (2)
3NC	(3) (1) (2)
2NC, 1N	× ① (2)
1NC, 2N	× ① (2)
3N	(3) (1) (2)

<証明>

1 回目に(1)(2)(3)と質問し、返答の情報量が 3 であり、①が使用可能であったとする。返答が「3Hit」であれば相手のカードも(1)(2)(3)であり、返答が「3NP」であれば、相手の MOO カードは①②③であると分かる。それ以外の返答であれば、それに応じて、**Table 12** のように 2 回目

の質問を行えば、その返答によって、相手の MOO カードがすべて判別できる。①が使用できないときも、②か③が使用可能であるので、同様に確認できる。(証明終)

【定理 9】

トランプ版 MOO では、多くとも 7 回の質問で相手の MOO カードを確定することができる。

<証明>

1 から 12 までの数字をすべて使って 4 回質問をする。ただし、自分の MOO カードと同一の数字の組み合わせは用いないとする。このとき、相手の返答の情報量が「0、1、1、1」であれば、返答の情報量が 1 であった 2 組を選び、命題 4 を適用させると、2 回の質問を行えば、相手の MOO カードの 2 つの場所の数字と色を確定させることができる。さらに、返答の情報量が 1 であり、命題 4 を適用させていない 1 組に命題 1 を適用して、残る 1 つの数字と色を確定させればよい。

相手の返答の情報量が「0、0、1、1」であれば、13 が相手の MOO カードに使われていると分かるので、命題 4 のみを用いればよい。

また、相手の返答の情報量が「0、0、1、2」であれば、返答の情報量が 2 である組に命題 7 を適用し、多くとも 2 回の質問で、相手の MOO カードのうち、2 つの場所の数字と色が分かる。また、情報量が 1 である組に命題 1 を用いれば、残り 1 つの数字と色が分かる。

相手の返答の情報量が「0、0、0、2」であれば、13 が相手の MOO カードに使われていると分かるので、命題 7 のみを用いればよい。

さらに、相手の返答の情報量が「0、0、0、3」であれば、命題 8 を適用し、次の質問の返答によって、相手の MOO カードがすべて確定できる。(証明終)

4. まとめ

定理 9 によって、多くとも 7 回の質問で相手の MOO カードが判別できると分かった。しかし、実施のゲームでは相手も質問をすることで、相手の MOO カードの候補が減っていくため、より少ない質問の回数で勝負がつくことがある。筆者の経験では、5 回もしくは 6 回の質問で終わることが多かった。また、自分が質問したカードが相手のヒントにもなることから、数字のみの MOO よりも戦略的な要素を含みつつ、短時間で終わるゲームを考案することができた。また、本研究では、すべて手計算で行っているが、今後はプログラミングを使うことで、より深い調査をすることも期待出来る。

参考文献

- 1) 尾上能之 ; Haskell プログラミング 数当てゲームを解く, IPSJ Magazine, 46(6), 701-707, 2005
- 2) 田中哲郎 ; 数当てゲーム MOO の最小質問戦略と最強戦略, 第 3 回ゲームプログラミングワークショップ 報告集, 202-209, 1996
- 3) 山城正, 山田孝治, 遠藤聡志 ; ゲーム戦略獲得に関する自動プログラミングへの進化的アプローチ, 琉球大学工学部紀要, 56, 115-122, 1998
- 4) ヌメロン-フジテレビ ; https://www.fujitv.co.jp/b_hp/numer0n/, 2022 年 9 月 1 日閲覧