

# とろみ剤を活用した減衰振動の実験

## Experiment of damped vibration using food thickener

鈴木 三男・増田 健二\*

福島工業高等専門学校一般教科

\*静岡大学技術部

SUZUKI Mitsuo and MASUDA Kenji \*

National Institute of Technology, Fukushima College, Department of General

\* Division of Technical Service, Shizuoka University

(2021年9月3日受理)

In employing damped harmonic oscillation in viscous liquid for students experiment in physics, experiencing the match of the mathematical prediction derived from the relevant linear ordinary differential equation is essential for adequate comprehension of mechanics. This report is to present the results of our preliminary experiments where the damped angular harmonic oscillation in aqueous solution of commercial food thickener was observed and the time dependence of the angle of the immersed oscillating object was successfully collected using the data collecting device designed for the present work. Several technical points to be further improved were found, which included unexpected disagreement of the experimental result with the theoretical postulate that the angular velocity of the oscillator in the viscous liquid merely depends on the moment of inertia and the angular resilient modulus. Furthermore, the procedure for preparing the actual students experiment were revealed to need to be shortened taking into account the limited time for the students experiments.

**Key words:** damped harmonic oscillation ,students experiments

### 1. はじめに

本校では応用物理の授業の中で、3年の工学系4クラスと、4年の機械・電気系の2クラスに、各5テーマの学生物理実験を実施している。物理学は大きく「力学」「波動」「熱」「電磁気」分野に大別されるが、実験テーマは分野が偏らないように配慮しながら、行っている。しかし力学・振動分野の実験が少なく手薄なため、実験のマンネリ化の懸念もあり、新たなテーマの導入の必要性を強く感じていた。このような背景の下、新たな実験テーマには、次の4点を満足するものを選択条件に加え、選考を行った。

- (1) 高専の3・4年生の数学力でも、実験原理を理論的に理解ができること。
- (2) 実験操作が容易で、実験データをコンピュータに取り込めること。
- (3) 高専の3・4年生の情報処理能力で、実験データをグラフ化し、結果をまとめられること。

(4) 使用物品は安価で誰でも購入可能で、かつ安全性が高く、実験後の後処理が容易なもの。

特に(1)(4)を重視しながら熟慮の末、粘度調整が可能な水溶液中での減衰振動に焦点を当て、粘度調整には高齢者誤飲防止用の「とろみ剤」を使用する方法を提案し、本実験を行った。減衰振動に注目した理由は、減衰振動は2階線形微分方程式の解であり、本校では工学系の3年生の微積分で学ぶため、(1)の理論的な理解の問題はクリアされと判断したからである。また「とろみ剤」は高齢者が口にする食べ物に添加する粉末のため、(4)の安全性問題の心配は殆どいらず、加えてグリセリンによる減衰振動の学生実験は知られているが、「とろみ剤」によるものはない。

Fig.1に実験装置を示す。この装置は、東京理科大学工学部の学生物理実験を参考にして、真鍮線と振動子の間に小型無線センサー(TSND121)<sup>1)6)</sup>を組み込み、角速度データをパソコンに取り込めるように改良したもので

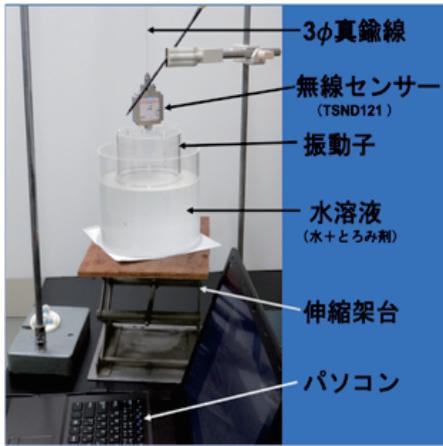


Fig.1 Experimental apparatus

ある。以前から使用しているこのセンサーは、専用「Sync Record(T)」ソフト(ART-Promotions製)で、容易にコンピュータに取り込み可能で、CSV形式で保存できる。学生が情報処理でよく利用しているEXCELで、保存データを加工、グラフ化できるので、(2)(3)の問題も解消できると考えられる。このような判断の下、全ての選択条件を満足するものとして、「とろみ剤」を活用した減衰振動を実験テーマに選んだ。

2. 原理

Fig.2のように、剛性率 $\mu$ の針金に慣性モーメント $I$ の振動子をつるし、振動子の一部を水また水溶液中に入れて、ねじれ振動させた場合、振動子には針金のねじれによる復元力 $-\mu\theta$ 、角速度 $\omega = d\theta/dt$ に比例した制動力 $-k\omega$ が働く。振動子の回転の運動方程式は、

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\mu\theta - k \frac{d\theta}{dt} \quad (1)$$

と表される。制動力が働かない場合に振動子は単振動をするが、そのときの角振動数 $\Omega = \sqrt{\mu/I}$ と減衰率 $\Gamma = k/2I$ を導入して整理すると、

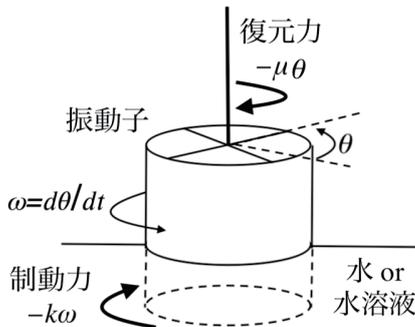


Fig.2 Damped vibration of oscillator

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\Gamma \frac{d\theta}{dt} + \Omega^2\theta = 0 \quad (2)$$

となり、2階線形微分方程式が得られる。この方程式の解は $\Omega$ と $\Gamma$ によって、以下の3つに分類される。なお実験条件に合致するように、各角速度の解は、初期条件 $\theta(0) = \theta_0$ 、 $\omega(0) = 0$ で求めている。

(a) 減衰振動 ( $\Gamma^2 < \Omega^2$ のとき)

$$\frac{\omega}{\theta_0\Omega} = \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2 - \Gamma^2}} e^{-\Gamma t} \sin(\sqrt{\Omega^2 - \Gamma^2}t) \quad (3)$$

Fig.3は粘性抵抗 $R = \Gamma/\Omega$ をパラメーターとして、(3)式をグラフ化したものである。周期 $T' = 2\pi/\sqrt{\Omega^2 - \Gamma^2}$ は制動力の影響で、単振動の場合よりも長くなり、角速度は周期 $T'$ で振動しながら、振幅は指数関数的に $e^{-\Gamma t}$ で減少する。

(b) 臨界減衰 ( $\Gamma^2 = \Omega^2$ のとき)

$$\frac{\omega}{\theta_0\Omega} = -\Omega t e^{-\Omega t} \quad (4)$$

(c) 過減衰 ( $\Gamma^2 > \Omega^2$ のとき)

$$\frac{\omega}{\theta_0\Omega} = \frac{\Omega}{2\sqrt{\Omega^2 - \Gamma^2}} \left\{ e^{-(\Gamma + \sqrt{\Omega^2 - \Gamma^2})t} - e^{(\Gamma - \sqrt{\Omega^2 - \Gamma^2})t} \right\} \quad (5)$$

Fig.4は粘性抵抗 $R = \Gamma/\Omega$ をパラメーターとして、(4)(5)式をグラフ化したものである (Fig.4(b) 臨界減衰)。(3)式のような周期的振動は見られず、非周期的振動に移行していることが分かる。

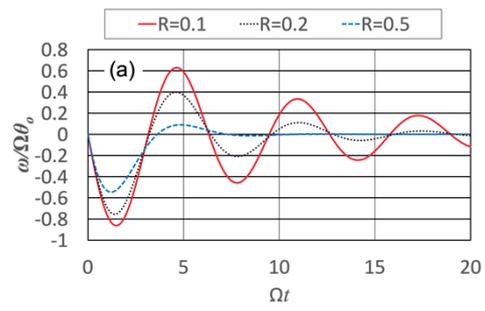


Fig.3 Damped vibration (theory)

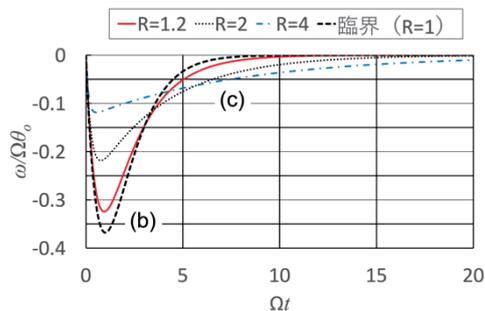
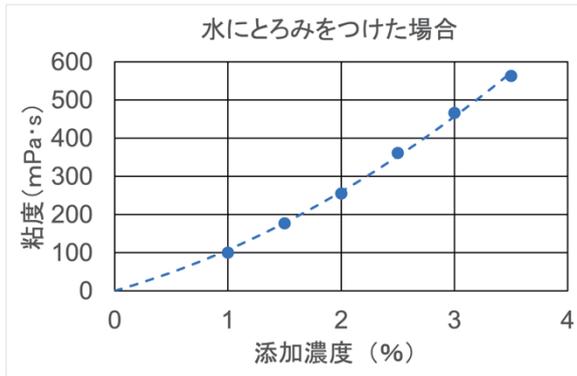


Fig.4 Over and Critical damping (theory)



**Fig.5** Dependence of viscosity of aqueous solution of *Tsururinko Quickly* on the weight concentration (<https://www.clinico.co.jp/products/series/adjustment/quickly.html> 2021.02.10 閲覧参考)

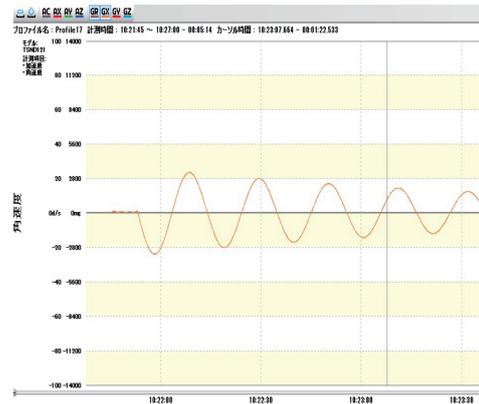
実際の実験では水溶液に動きによって生じる振動子の運動への影響を十分に小さくする必要があり、水溶液容器からの影響を考えて、容器はできるだけ口径の広いものを使用した。

### 3. とろみ剤

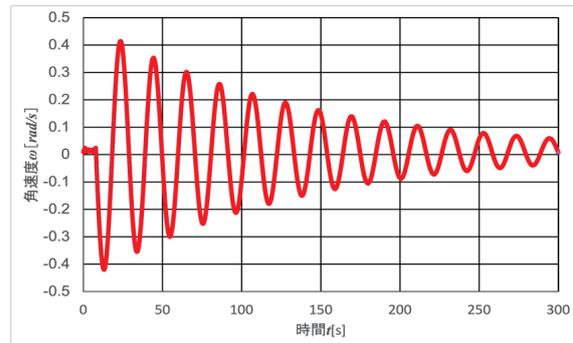
Fig.1に示す実験装置で使用した「とろみ剤」について、ここで補足説明を加える。我々が今回使用した「とろみ剤」は、森永乳業グループ(株)クリニコ製の「つるりんこQuickly」で、1200円(300g)程度で市販されているものである。他の「とろみ剤」と同様に、デンプンから作られるデキストリン(食品)と増粘多糖類(食品添加物)から作られており、誤って口にしても安全である。また実験後に廃液するときも、特別な処理を必要としないため安心である。この「とろみ剤」には、Fig.5に示すような粘度特性がHPに掲載されており、実験における粘度の1つの目安として活用できると考えて、本「とろみ剤」を実験に使用した。しかし、具体的な数値データはHP上には見当たらなかったため、Fig.5のグラフは、掲載されていた添加濃度(%)に対する濃度のグラフから数値を読み取り、近似曲線を加えたグラフである。このグラフから、添加濃度が上昇するにしたがって粘度が増加する傾向にあり、添加量を増量することで粘度調節が可能であることが裏付けられた。今回の実験では2000mlの水に最高8g(添加濃度約0.4%)のつるりんこ粉末を加えただけで、実験に必要な十分な粘度が得られた。ただ1gの粉末を1度に水に投入すると、水に溶けにくい塊がいくつかできて、全て水に溶かすのに苦労したため、混ぜ方にも工夫が必要である。



**Fig.6** Small wireless sensation



**Fig.7** Angular velocity data by Sync Record (T)



**Fig.8** Example of experimental results

### 4. 測定方法

今回使用した小型無線センサー(ATR promotions・TSND 121)をFig.6に示す。このセンサーは3軸の加速度・角速度を同時計測可能で、Bluetooth(Class2)でPCにデータを送信する。今回の角速度データは、2msのサンプリング間隔で10個平均、20ms間に1データの間隔で計測した。Fig.7は「Sync Record(T)」ソフト(ATR-Promotions製)を使用し、リアルタイムPCに送られてくる角速度データの様子である。状況確認には便利ではあるが、縦軸は角速度(単位dps)、横軸は測定時刻(単位例えば10:23:30)のため、データの変換、加工が必要である。一旦受信データをCSV形式で保存し、EXCELで角速度の単位をrad/sに変換、時刻を時間に変更したグラ

フがFig.8である。EXCELで作成されたグラフを元に、減衰振動の場合には振幅時間変化や振動周期を求め、また比較用重ねグラフの場合には振動開始時刻の調整を行った。

5. 結果

測定は、水溶液に影響を与えないに注意し、初期条件を $\theta(0) = \pi/2$  (rad)、 $\omega(0) = 0$ に統一して、振動子を $\pi/2$ (rad)回転させて一旦静止後に、静かに振動子を離れた。なお水温は17°Cであった。

(a)水中の減衰振動 (水深調節)

まずとろみ剤を加えない水のみの中で、振動子を振動させて、振動子の水深による減衰振動の違いを測定した。Fig.9は1cmから6cmまで水深を1cmずつ変えたときの、角速度の時間変化の様子を示したものである。水深が深くなるに従って、振動子が水による制動力を受けて、振幅(ピーク値)が小さくなるとともに、周期(ピーク間隔)長くなっている。Fig.10は、縦軸にピーク値の対数、横軸に時間にとったグラフである。各ピーク値はほぼ一直線上に乗り、指数関数的にピーク値が減少し、水深と

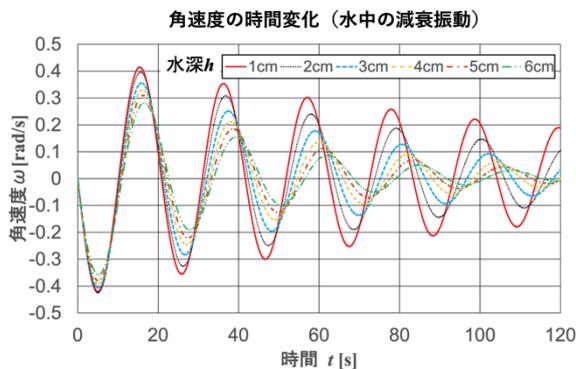


Fig.9 Damped vibration in water

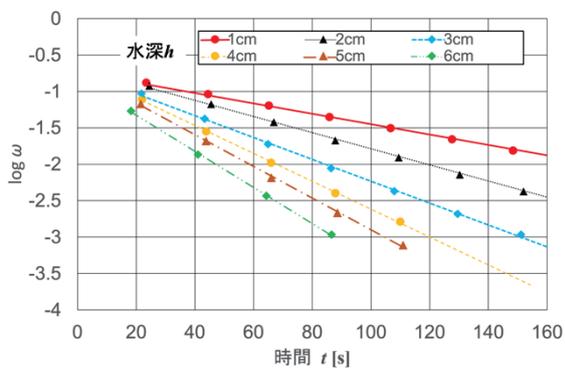


Fig.10 Relationship between log ω and time

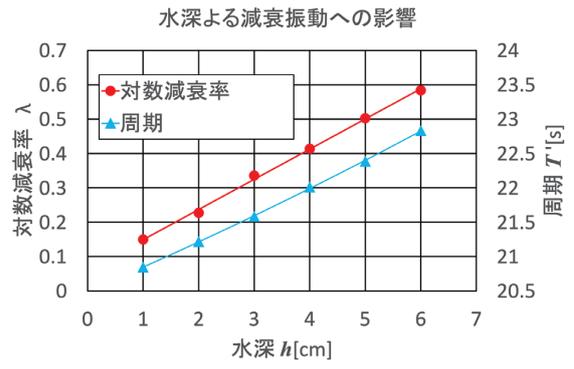


Fig.11 Effect of water depth on damped vibration

ともに対数減衰率(傾き)が増加している。Fig.11は、水深による制動力が減衰振動に与える影響をまとめたものである。今回測定した範囲では、対数減衰率および周期は水深とともに比例して増加する結果となった。

次にとろみ剤を溶かした水溶液中では、振動子の制動力の調整をとろみ剤の濃度調節する方法と水深調節する方法の2通りで行った。まずFig.12は2000mlの水に溶かす粉末量を0~8gまで2gずつ変えることで、水溶液の濃度を0~0.4%まで変えたときの、水深4cmでの角

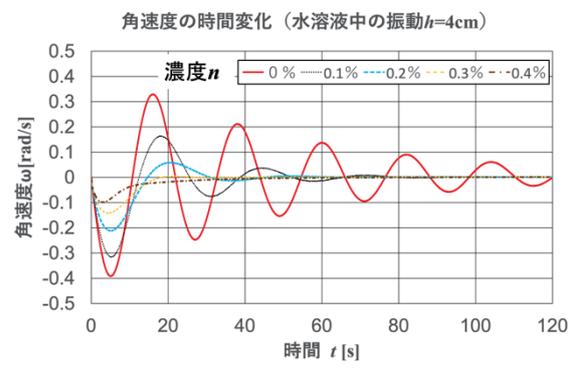


Fig.12 Damped vibration in water

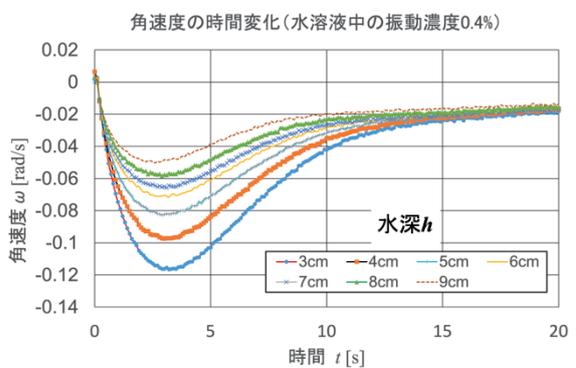


Fig.13 Damped vibration in water

速度の時間変化の様子を示したものである。0～0.2%では周期的な振動が見られ、0.3%で臨界減衰に近づき、0.4%では過減衰となっている。0.3%～0.4%の間で臨界減衰となると思われる。ここでFig. 4より角速度は $\leq 0$ なので、正の最大ピークが正にならないことを条件に、臨界の判断を行った。最後に濃度0.4%で、水深調節を行った結果をFig.13に示す。振動子の運動は全て非周期運動となり、負の最大ピーク値が水深とともに減少する過減衰は、Fig. 4の傾向とも一致している。水深とともに制動力が増加するため、回転し始めて同じ角速度でもより大きな制動力が加わり、角速度は遅くなるためと考えられる。グリセリンなどによる非周期運動とも傾向は類似しており、とろみ剤でも代用できるとの確信を得た。

## 5. まとめ

水による減衰振動では、振動子の水深を調整することによって、制動力の調整が可能で、対数減衰率および周期が水深とほぼ比例関係にある結果が得られた。次に発案したとろみ剤を溶かした水溶液を作成し、その水溶液中での振動子の運動を測定した。運動は周期的から非周期的に変化し、濃度調節と水深調節によって、過減衰や臨界減衰を実験的に測定できた。

しかし水による減衰振動でさらに水深を深くし、制動力を大きくして行くと、減衰振動の測定できるピーク値の個数が減少してくる。ピーク値間隔からの周期もばらつき、Fig.10の直線から外れる点が目立ち始め、正確さに問題が出てくるため、水での水深調節にも限界を感じた。また水の粘度では過減衰となるほどの制動力を振動子に加えられないため、水だけで非周期的運動まで網羅することは難しいことも分かった。また逆にとろみ剤を溶かした水溶液のみで、減衰振動も網羅しようとする、水の場合と同様のピーク値の個数の問題が発生する。

このような測定結果を踏まえて、学生実験に導入する場合は、減衰振動を測定には水を使用し、過減衰や臨界

減衰を測定にはその水にとろみ剤を加えた水溶液を使用した実験を計画している。しかし学生実験で丸々同様の実験を実施する事は困難で、導入に際してはいくつかの問題点も出てきた。まずとろみ剤が溶けて一様な水溶液になるのには30分以上の時間が必要で、限られた授業時間の中で、濃度調節による過減衰や臨界減衰まで測定できるか。過減衰や臨界減衰の測定時間を確保するため、水の減衰振動の水深場所、測定回数をどこまで絞り込むか等がある。学生実験に導入にするには、とろみ剤の溶解時間が最大の問題を解決することが一番であり、溶解時間を短縮する方法の調査や他のとろみ剤を用いて同様の実験を行い、合わせて溶解時間を調べて、学生実験に適したとろみ剤を探すことが求められる。

## 謝辞

振動子の製作に技術協力を頂きました元モノづくり教育研究支援センターの大和田光宏技術専門職員に厚くお礼を申し上げます。

## 参考文献

- 1) 鈴木三男、増田健二：第61回応用物理学会春季学術講演会予稿、青山学院大学（相模原キャンパス）18a-PA1-4 (2014)、DVD.
- 2) 鈴木三男、増田健二：福島工業高等専門学校研究紀要 55、73-77 (2014).
- 3) 鈴木三男、増田健二：第62回応用物理学会春季学術講演会予稿、東海大学（湘南キャンパス）13p-P1-29 (2015)、DVD.
- 4) 「小型無線多機能センサ TSND121」マニュアル <https://www.atr-.com/products/TSND121.html>
- 5) 鈴木三男、増田健二：福島工業高等専門学校研究紀要 61、87-91 (2020).
- 6) 鈴木三男、増田健二：第68回応用物理学会春季学術講演会予稿、オンライン開催 19a-P03-6 (2021).